

Name:

Matrikelnummer:

Tutor:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte						

Doz.: K. Kriegel

Bitten den Namen und die Matrikelnummer auf allen Zetteln eintragen!
 Die Lösung der Aufgaben sollte immer auf dem entsprechenden Zettel bzw. auf seiner Rückseite zu finden sein.

Erlaubte Hilfsmittel: Ein selbst vorbereitetes, beidseitig beschriebenes A4-Blatt.

Aufgabe A1:

7 Punkte

Betrachten Sie die folgende Definition einer Methode:

```

long mystic(int n){
    long N=1;
    for( int i=2; i<= n; i++ ){
        int k=i;
        int j=0;
        while(k>1){
            k=k/2;
            j++;
        }
        N = N*j;
    }
    return N;
}
    
```

- Was berechnet diese Methode? Beschreiben Sie den Rückgabewert mit einer kurzen Formel!
- Schätzen Sie die Laufzeit (in Abhängigkeit vom Eingabeparameter n) ab, möglichst in der Form $t(n) = \Theta(\dots)$
- Schreiben Sie eine Methode, die das gleiche leistet, aber nur eine while-Schleife benutzt.
- Welcher Wert wird für $n = 1000$ berechnet werden, wenn man vorher die Anweisung $N=N*j$; durch $\text{if}(j>N) N=j$; ersetzt.

Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe A2:

6 Punkte

Betrachten Sie die folgenden Klassendefinitionen und Codefragmente. Tragen Sie die gefragten Werte der Variablen ein:

```
public class A{
    public int i;
    public A(){ i = 1;}
    public int f(){ return 2*i;}
}
```

```
public class B extends A{
    public int i;
    public B(){
        super();
        i = 3;}
    public int f(){ return 3*i;}
}
```

```
B b = new B();
A a = b;
int j = a.f() + a.i;    // j =
b.i = 2;
int k = b.f() + a.i;    // k =
a.i = 4;
int l = ((A)b).f();     // l =
b.i = 5;
int m = ((A)b).i;       // m =
B bb = (B)a;
boolean z = (bb==b)     // z =
```

```
int[] a1 = {2,4,6,8,10};
int[] a2 = a1;
a2[3] = 4;
int[] a3 = (int[])a1.clone();
boolean x = (a1==a3);    // x =
a2 = a3;
a3[2] = a1[3]/2;         // a2[2] =

boolean y = (a1==a2);    // y =
```

Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe A3:

5 Punkte + 4 Zusatzpunkte

Die Sequenzen einer festen Länge k über dem Alphabet $\{a, b, c, d\}$ bilden die Knotenmenge V_k eines Graphen $G_k = (V_k, E_k)$. Zwei Sequenzen sind adjazent, wenn sie sich an genau einer Stelle unterscheiden (und sonst gleich sind).

a) Welchen Grad haben die Knoten von G_k ? Wieviele Knoten und wieviele Kanten hat G_k (eine Formel mit kurzer Erklärung reicht aus)?

b) Wie hoch (d.h. längster Weg von der Wurzel zu einem Blatt) ist der DFS-Baum von G_k bei beliebiger Wahl einer Wurzel (kurze Begründung)?

c) **Zusatzaufgabe:** Ein Kreis in einem Graphen wird Hamiltonkreis genannt, wenn er jeden Knoten genau einmal besucht.

Beweisen Sie mit Induktion, dass G_k einen Hamiltonkreis hat.

Hinweis: Versuchen Sie es mit der Induktionsbehauptung, dass es einen Hamiltonkreis gibt, der mit $aa \dots aa$ beginnt und mit $aa \dots ad$ endet (sich danach schließt).

Man muss dazu keinen Roman schreiben und kann die Idee auch grafisch skizzieren.

Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe A4:

7 Punkte

Wir betrachten die Kantenmenge $E_{n,m}$ die vollständigen bipartiten Graphen $K_{n,m}$. Die Knotenmenge sei $V = A \cup B$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ und $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$. Ziel ist es diese Kanten als Elemente in einem Heap zu speichern, wobei der Schlüssel einer Kante durch $key(\{a_i, b_j\}) := n \cdot (i - 1) + j$ definiert wird.

a) Welche Höhe hat ein Heap, der alle Elemente von $E_{3,3}$ speichert (kurze Begründung)?

b) Zeichnen Sie einen Heap, der alle Elemente von $E_{3,3}$ enthält. Schreiben Sie die Einträge (Schlüssel, Element) an die Knoten. Welche Form hat Ihr Heap nach der Streichung des minimalen Elements?

c) Wir definieren einen neuen Schlüssel $key(\{a_i, b_j\}) = i + j$. Zeichnen Sie einen neuen Heap, der die Elemente von $E_{3,3}$ mit den neuen Schlüsseln hält (Rückseite).

Name:

Matrikelnummer:

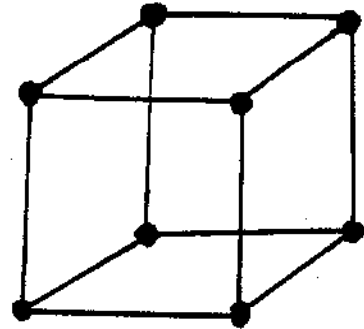
Aufgabe A5:

7 Punkte

Gegeben ist der 3-dimensionalen Würfelgraph $Q_3 = (V, E)$ wobei jeder Knoten (i, j, k) mit $i + 2j + 4k$ nummeriert ist.

a) Beschriften Sie die Knoten in der Skizze durch ihre Nummern und tragen Sie in das vorbereitete Schema die Adjazenzmatrix des Graphen ein. Da die Matrix symmetrisch ist, reicht es aus die Eintragungen in der rechten, oberen Teilmatrix vorzunehmen.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	.							
1	.	.						
2	.	.	.					
3				
4			
5		
6	
7



b) Wie sieht der DFS-Baum und der BFS-Baum aus, wenn man beim Knoten 0 startet und die Nachbarknoten in der Adjazenzliste jeweils aufsteigend geordnet sind.

c) Durch Änderung des Startknotens und/oder der Reihenfolge der Nachbarn in der Adjazenzliste kann bei DFS ein Baum entstehen, der nicht isomorph zum DFS-Baum aus b) ist. Wie sieht dieser nichtisomorphe Baum aus?

Woran erkennen Sie die Nichtisomorphie?

Zeichnung bitte auf der Rückseite (Adjazenzliste muss nicht aufgeschrieben werden).