Klausur 2
Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
für Bioinformatiker
Sommer 2001

Beschreiben Sie bitte Ihre Lösungen so klar, deutlich und lesbar wie möglich. Das ist Bestandteil der Ausbildung. Schreiben Sie auf jedes Blatt ihren Namen, das Datum und die Nummer der bearbeiteten Aufgabe. Beginnen Sie mit der Aufgabe, die ihnen am leichtesten erscheint. Versuchen Sie nach spätestens 30 Minuten eine andere Aufgabe zu lösen.

Aufgabe 1

i) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $x_i + \sum_{j=1}^{n} x_j = n+1$ für $i = 1, ..., n$

ii) Beweisen Sie die Eindeutigkeit der Lösung von i).

iii) Es sei $p = (p_1, ..., p_n)'$ ein Wahrscheinlichkeitsvektor, $D = Diag(p_i)$ die mit p geformte nxn Diagonalmatrix, $e = (1, ..., 1)'$ ein n-Vektor, dessen Komponenten alle 1 sind, $M = I - n^{-1}ee'$ und $A = D - pp'$.
Beweisen Sie $Ae = 0, AM = A, MA = A, Me = 0, MM = M$

iv) Unter welchen Bedingungen ist die in iii) definierte Matrix D regulär?
Zeigen sie die Gleichung $AD^{-1}A = A$. Was folgt daraus?

Aufgabe 2 Bestimmen Sie das Minimum von $f(x_1, ..., x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2/i$ unter der Nebenbedingung $\sum_{i=1}^{n} x_i = (n+1)/2$. Hinweis: $\sum_{i=1}^{n} i = n(n+1)/2$

Aufgabe 3 Betrachten Sie eine Population, in der zwei genetische Merkmale X und Y wie folgt verteilt sind. $P(XX) = u, P(XY) = 2v, P(YY) = w$.
Durch zufällige Paarung wird eine neue Generation erzeugt. Die Übertragung der Merkmale erfolgt nach folgendem Gesetzt.

*Eltern*1	*Eltern*2		*Nachkommen*
XX	XX	$\Rightarrow$	$P(XX) = 1$
XX	YY	$\Rightarrow$	$P(XY) = 1$
YY	YY	$\Rightarrow$	$P(YY) = 1$
XX	XY	$\Rightarrow$	$P(XX) = 0.5, P(XY) = 0.5$
YY	XY	$\Rightarrow$	$P(YY) = 0.5, P(XY) = 0.5$
XY	XY	$\Rightarrow$	$P(XX) = 0.25, P(XY) = 0.5, P(YY) = 0.25$

Berechnen Sie die Verteilung der Merkmalspaare XX, XY, YY in der 1., 2. und 3. Generation.

Viel Glück !