1. Übung zur Vorlesung
Numerische Lineare Algebra

Wintersemester 2002

C. Schütte, E. Diederichs

Abgabe am Mittwoch, 11.12.2001

Aufgabe 1 (Sarrusregel)

a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Zeigen Sie dafür, daß $\det(A - \lambda\mathbf{1}) = \lambda^2(9 - \lambda)$.

b) Hat A vollen Rang? Argumentieren Sie entweder formal oder wenigstens mit Hilfe mathematischer Anschauung.

c) Ist das Gleichungssystem $(\mathbf{1} - \frac{1}{9}A)$ eindeutig lösbar? Argumentieren Sie entweder formal oder wenigstens mit Hilfe mathematischer Anschauung.

Aufgabe 2 ($Im(F)$ und $Ker(F)$)

a) Sei A eine $n \times n$-Matrix, d.h. $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$. Geben Sie die hinreichende Bedingung an, unter der das Gleichungssystem $Ax = b$ eine eindeutige Lösung hat.

b) Geben Sie die Definition für “ lineare Unabhängigkeit “ an.

Aufgabe 3 (Nachdenken)

a) Sei die Matrix A gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Überlegen Sie, welche Gestalt A^{29} hat.

b) Lösen Sie

$$A^{29}x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

falls A^{29} vollen Rang hat.

Aufgabe 4 (Decartes)
Gegeben seien zwei Punkte mit den Koordinaten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) in einer Ebene.

a) Legen Sie eine Gerade mit der Gleichung $g(x) = mx + b$ durch beide Punkte. Formulieren Sie die daraus resultierende Bedingungsgleichung für m und b als Matrixgleichung.

b) Unter welcher Bedingung hat diese Gleichung eine eindeutige Lösung?

Hinweis:
Die Übungszettelszettel sind freiwillig und in besonderem Maße auf die Klausur zugeschnitten. Die Aufgaben sind ungefähr gleichwertig und für das Bestehen der Klausur sind vermutlich mindestens 2 von 4 Aufgaben korrekt zu lösen.

Da die Klausur am 18.11.2002 geschrieben werden wird, findet die **heilige Übungsstunde** am Samstag, denn 14.12. um 12 c.t. in Raum 025/026 statt.

Infos: www.math.fu-berlin.de/~biocomp/Lehre/NumLinA_WS02/